二〇二一年军队院校生长军官(警官)招生文化科目统一考试

士兵高中数学试题

考生须知	
考	1．本试卷共三大题，考试时间 150 分钟，满分 150 分。
生	2．将部别、姓名、考生号分别填涂在试卷及答题卡指定位置上。
须	3．所有答案均须填涂在答题卡上，填涂在试卷上的答案一律不得分。
知	4．考试结束后，试卷及答题卡全部上交并分别封存。

一、单项选择题(每小题 4 分,共 36 分)

1．对于实数 x,y,命题 $p:x+y=3$,命题 $q:x=1$ 且 $y=2$,则 p 是 q 的(　　).

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

2．设 $f(x)$ 为奇函数,且当 $x\geqslant 0$ 时,$f(x)=e^x-1$,则当 $x<0$ 时,$f(x)=$(　　).

A．$e^{-x}-1$　　B．$e^{-x}+1$　　C．$-e^{-x}-1$　　D．$-e^{-x}+1$

3．公差不为零的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 a_4 是 a_3 与 a_7 的等比中项,$S_8=32$,则 S_{10}等于(　　).

A．18　　B．60　　C．24　　D．90

4．若 $\sin x<0$ 且 $\sin(\cos x)>0$,则角 x 是(　　).

A．第一象限角　　B．第二象限角　　C．第三象限角　　D．第四象限角

5．在$\triangle ABC$ 中,AD 为 BC 边上的中线,E 为 AD 的中点,则 $\overrightarrow{EB}=$(　　).

A．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

6．设变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2\leqslant 0, \\ x-y+2\geqslant 0, \\ x\geqslant -1, \\ y\geqslant -1, \end{cases}$ 则目标函数 $z=-4x+y$ 的最大值为(　　).

A．2　　B．5　　C．3　　D．6

7．已知 α, β 是两个不同的平面,直线 $m\subset\alpha$,则下列命题正确的是(　　).

A．若 $\alpha\perp\beta$,则 $m/\!/\beta$　　B．若 $\alpha\perp\beta$,则 $m\perp\beta$

C．若 $m/\!/\beta$,则 $\alpha/\!/\beta$　　D．若 $m\perp\beta$,则 $\alpha\perp\beta$

8. 曲线的极坐标方程 $\rho=6\cos\theta$,化成直角坐标方程为(　　).

A. $x^2+(y+3)^2=9$　　B. $x^2+(y-3)^2=9$

C. $(x-3)^2+y^2=9$　　D. $(x+3)^2+y^2=9$

9. 设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,离心率为$\sqrt{5}$. P 是 C 上一点,且 $F_1P\perp F_2P$. 若$\triangle PF_1F_2$ 的面积为 4,则 $a=$(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

二、填空题(每小题 4 分,共 32 分)

10. 方程 $3A_x^3=2A_{x+1}^2+6A_x^2$ 的解为______.

11. 设曲线 $y=e^x$ 在点(0,1)处的切线与曲线 $y=\frac{1}{x}(x>0)$上点 P 处的切线垂直,则 P 点的坐标为______.

12. i 是虚数单位,则$\left|\frac{5-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}\right|$的值为______.

13. 将圆 $x^2+y^2=1$ 沿 x 轴正向平移 1 个单位后得到圆 C,则圆 C 的方程为______.

14. 在“学党史”知识测验后,甲、乙、丙三人对成绩进行预测.

甲:我的成绩比乙高.

乙:丙的成绩比我和甲的都高.

丙:我的成绩比乙高.

成绩公布后,三人成绩互不相同且只有一个人预测正确,那么三人按成绩由高到低的次序为______.

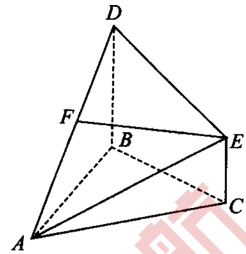
15. 已知函数 $f(x)=\sqrt{2-2x^2}$ 的定义域为 M, $y=f(f(x))$的定义域为 P,在 M 上随机取一个数 x,则 $x\in P$ 的概率是______.

16. 设 F_1,F_2 为椭圆 $C:\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ 的两个焦点,M 为 C 上一点且在第一象限. 若$\triangle MF_1F_2$ 为等腰三角形,则 M 的坐标为______.

17. AB,BC,CD 是不在同一平面内的三条线段,经过它们中点的平面和 AC 的位置关系是______.

三、解答题(共 7 小题,共 82 分,解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程)

18. (10 分)如图,已知$\triangle ABC$为等边三角形,$\triangle ABD$为等腰直角三角形,$AB\perp BD$. 平面$ABC\perp$平面ABD,点E与点D在平面ABC的同侧,且$CE/\!/BD$,$BD=2CE$. 点F为AD中点,连接EF.



(1)证明:$EF/\!/$平面ABC;

(2)证明:平面$AED\perp$平面ABD.

19. (12 分)在$\triangle ABC$中,角A,B,C所对的边分别为a,b,c,已知$c\tan C=\sqrt{3}(a\cos B+b\cos A)$,

(1)求角C;

(2)若点D在边BC上,且$AD=CD=4$,$\triangle ABD$的面积为$8\sqrt{3}$,求c.

20. (12 分)已知函数$f(x)=(x-1)\ln x$, $g(x)=x-\ln x-\dfrac{3}{e}$.

(1)求函数$f(x)$的单调区间;

(2)令$h(x)=mf(x)+g(x)(m>0)$,$h(x)$的两个零点分别为$x_1,x_2(x_1<x_2)$,

证明:$x_1+e>x_2+\dfrac{1}{e}$.

21. (12 分)设$\{a_n\}$是首项为a,公差为d的等差数列$(d\neq 0)$,S_n是其前n项和.

记$b_n=\dfrac{nS_n}{n^2+c}\ (n\in\mathbf{N}^*)$,其中$c$为实数.

(1)若$c=0$,且b_1,b_2,b_4成等比数列,证明:$S_{nk}=n^2S_k\ (k,n\in\mathbf{N}^*)$;

(2)若$\{b_n\}$是等差数列,证明:$c=0$.

22. (12 分)已知A,B是椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右顶点,$P$点为椭圆$C$上一点,点$P$关于$x$轴的对称点为$H$,且$PA$与$BH$的斜率之间满足$k_{PA}\cdot k_{BH}=\dfrac{1}{2}$.

(1)若椭圆C经过圆$x^2+(y-1)^2=4$的圆心,求椭圆C的标准方程;

(2)在(1)的条件下,抛物线$D:y^2=2px(p>0)$的焦点F与点$\left(-\dfrac{1}{8},2\right)$关于$y$轴上某点对称,且抛物线$D$与椭圆$C$在第四象限交于点$Q$,过点$Q$作直线与抛物线$D$有唯一公共点,求该直线与两坐标轴围成的三角形面积.

23. (12 分)某军营超市为了解顾客的购物量及结算时间等信息,安排一名员工随机收集了在该超市购物的 100 位顾客的相关数据,如表所示.

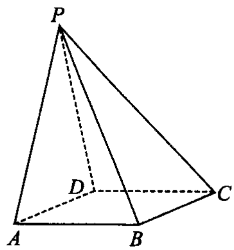
一次购物量	1 至 4 件	5 至 8 件	9 至 12 件	13 至 16 件	17 件及以上
顾客数/人	x	30	25	y	10
结算时间/(min/人)	1	1.5	2	2.5	3

已知这 100 位顾客中一次购物量超过 8 件的顾客占 55%.

(1)确定 x,y 的值,并估计顾客一次购物的结算时间的平均值.

(2)求一位顾客一次购物的结算时间不超过 2min 的概率(将频率视为概率).

24. (12 分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形,$\angle DAB=\frac{\pi}{3}$,平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$,$PA=PD=\frac{\sqrt{10}}{2}$.



(1)证明:$PB\perp BC$;

(2)求点 A 到平面 PBC 的距离.